

# **FOTOREALISZTIKUS KÉPSZINTÉZIS SUGÁRKÖTEGEKKEL**

**MTA doktori értekezés tézisei**

**Szirmay-Kalos László**  
a műszaki tudomány kandidátusa

Budapesti Műszaki Egyetem  
Irányítástechnika és Informatika Tanszék

2000. január

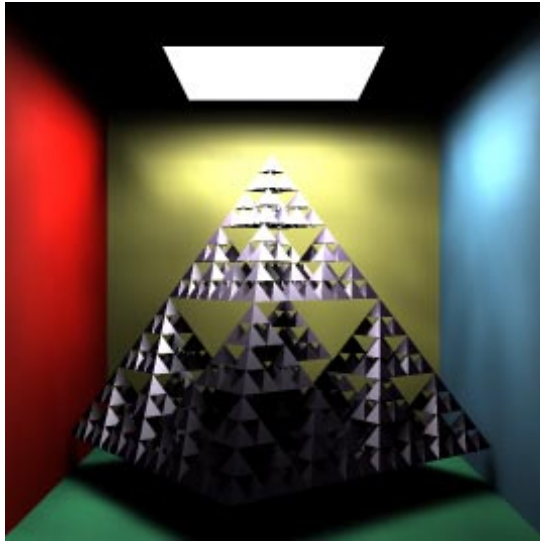
## Kutatási terület, előzmények és kutatási célok

A számítógépes grafika és ezen belül a képszintézis alapvető célkitűzése, hogy a számítógépben tárolt virtuális modellt lefényképezze és a felhasználóban a valóság szemlélésének illúzióját keltse. A valós világeval megegyező hatású képi inger előállításához ki kell számítani, hogy a monitor pixeleinek megfelelő térszögből milyen spektrumú fény érkezik a megfigyelő szemébe. Azonosítani kell tehát az ebben a térszögben látható felületi pontokat és azok szem irányú sugársűrűségét. A sugársűrűség (*radiancy*) egységnyi látható felület által egységnyi térszögben egységnyi hullámhossz tartományban kisugárzott teljesítményt ad meg. A fény terjedését a radiometriában elfogadott modellnek megfelelően fotonok terjedéseként képzeljük el. Egy foton a felületek között egyenes pályán halad, a felület a foton az anyagára jellemző valószínűség eloszlás szerinti irányban visszaverheti illetve elnyelheti. Ezen modell felhasználásával  $\lambda$  hullámhosszon egy  $\vec{x}$  felületi pont  $\omega$  irányú  $L_\lambda(\vec{x}, \omega)$  sugársűrűségére egy Fredholm-féle másodfajú integrálegyenletet állíthatunk fel, amelyet árnyalási egyenletnek (*shading equation* vagy *rendering equation*) nevezünk:

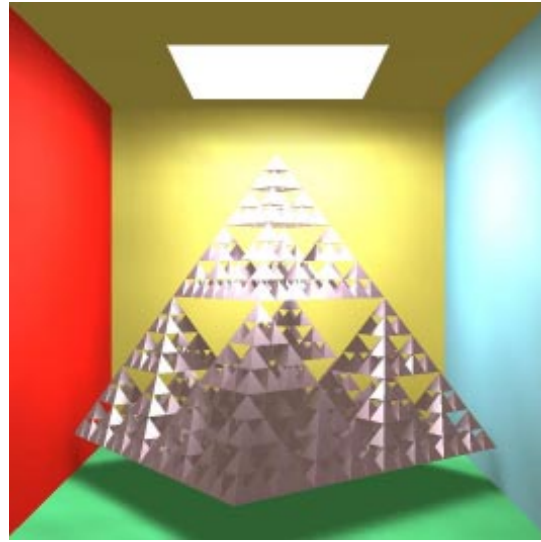
$$L_\lambda(\vec{x}, \omega) = L_\lambda^e(\vec{x}, \omega) + \mathcal{T}L_\lambda, \quad \mathcal{T}L_\lambda = \int_{\Omega} L_\lambda(h(\vec{x}, -\omega'), \omega') \cdot f_{r,\lambda}(\omega', \vec{x}, \omega) \cdot \cos \theta' d\omega',$$

ahol  $L_\lambda^e(\vec{x}, \omega)$  a pont saját emissziójából adódó sugársűrűség,  $\mathcal{T}$  a fény egyszeri visszaverődését leíró integrál operátor,  $\Omega$  az összes irányt tartalmazó halmaz,  $h(\vec{x}, -\omega')$  az  $\vec{x}$  pontból a  $-\omega'$  irányba látható felületi pont,  $\theta'$  az  $\omega'$  irány és a felületi normális közötti szög,  $f_{r,\lambda}(\omega', \vec{x}, \omega) \cdot \cos \theta'$  pedig annak valószínűség-sűrűségfüggvénye, hogy az  $\vec{x}$  pontba az  $\omega$  irányból érkező foton a kölcsönhatás után éppen az  $\omega'$  irányba halad tovább. Az  $f_{r,\lambda}$  kétirányú visszaverődési függvényt (BRDF-t) elméleti megfontolásokkal a Maxwell egyenleteknek a felületi anyagjellemzők és mikrogeometria figyelembevételével történő megoldásával, mérésekből interpolációval, vagy empirikus képletek felhasználásával adhatjuk meg. Leegyszerűsítve azt is mondhatjuk, hogy a számítógépes grafika képszintézis (rendering) ága ezen egyenlet megoldásával foglalkozik. A feladatot több tényező is nehezíti. A peremfeltételek igen bonyolultak, a felületelemek száma gyakran százezres, milliós nagyságrendű. Az árnyalási egyenlet integrandusa szakadásos, hiszen az objektumok hirtelen, minden átmenet nélkül szűnnek meg. A visszaverődési sűrűségfüggvény erősen inhomogén, Dirac-delta jellegű is lehet. Ugyanakkor a számítógépes grafika alkalmazási területei, mint a valós idejű szimulátorok, interaktív rendszerek nagyon gyors válaszidőket igényelnek. Például a valós idejű játékok és szimulátorok, amelyek ma már PC-ken is elérhetők, az  $1000 \times 1000$ -es felbontású képeket folyamatosan animálják, azaz másodpercenként legalább 15-ször újraszámolják. Egy pixelben látható felület meghatározására és az árnyalási egyenlet megoldására így átlagosan kb. 60 nsec marad, ami egyetlen memória ciklusidőnél is kisebb. Nyilván ilyen gyorsan csak nagyon speciális eljárásokkal és a fizikai modell durva egyszerűsítésének árán kaphatunk képeket.

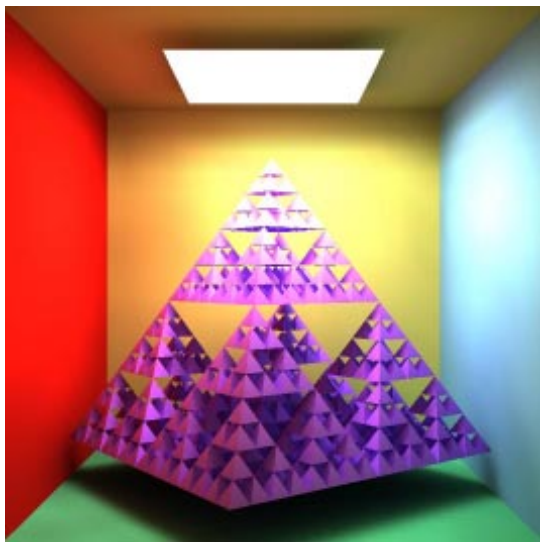
Ezek az egyszerűsítések az integrál operátoron belüli ismeretlen sugársűrűséget a fényforrások ismert emissziójával közelítik, azaz a látható pont színének meghatározásánál csak a fényforrásokból érkező direkt megvilágítást veszik figyelembe, a többi felületről visszavert indirekt megvilágítást nem. Mivel ekkor a pont színe a fényforrásokon kívül csak a lokális anyagjellemzőktől és geometriától függ, a módszerek közös neve **lokális illuminációs modell**. A durva elhanyagolások miatt a lokális illuminációs módszerekkel létrehozott képek vizuálisan és fizikai értelemben is pontatlanok, így mérnöki



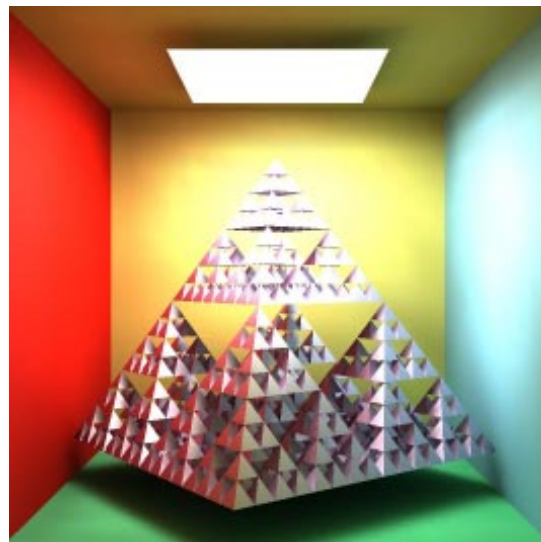
*lokális illuminációs módszer*



*lokális illuminációs módszer ambiens taggal*



*radiozítás elvű megoldás*



*nem-diffúz globális illuminációs megoldás*

*Figure 1: 3D Sierpiensky halmaz lokális és globális illuminációs módszerekkel*

alkalmazásokban — mint például világítás- vagy látványtervezésben — nem használhatóak. Ezekben az alkalmazásokban fizikailag pontos eredményt várunk el, ezért nem tekinthetünk el az árnyalási egyenlet integrálegyenletkénti megoldásától. Ekkor tehát az indirekt megvilágítás hatását is figyelembe kell venni, így egy pont sugársűrűségét elvileg az összes többi felületi pont sugársűrűsége is befolyásolhatja. Ezeket a módszereket **globális illuminációs modell**ként ismeri a szakirodalom.

Az árnyalási egyenlet integrálegyenletkénti megoldására két főbb eljáráscsalád ismert. Elvileg kereshetjük a megoldást véges függvénysor alakban (véges illetve globális elem módszer), amely a végtelen dimenziós problémát egy véges dimenziós altérbe vetíti, így az integrálegyenletet egy a függvénysor együtthatóira vonatkozó lineáris egyenletrendszerre alakítja át, amit aztán inverzióval vagy iterációval oldhatunk meg. A módszert radioizitás (*radiosity*) néven sikeresen alkalmazták irányfüggetlen, diffúz sugárzású és visszaverődésű anyagokat tartalmazó terekre. Általános, nem-diffúz terekre azonban, az eljárás gyakorlati nehézségekbe ütközik, ugyanis ekkor a sugársűrűség függvény 4-dimenziós és gyorsan változó, így az elfogadható közelítés nagyon sok (milliárd) bázisfüggvényt igényel. Milliárd változós lineáris egyenletek megoldása viszont időigényes és számos numerikus problémát vet fel. A másik lehetséges megközelítés az integrálegyenlet megoldását Neumann-sor alakjában fejezi ki, amelynek tagjai egyre növekvő dimenziójú integrálok. A megoldásfüggvény egy pontbeli értékének számításához ezeket a magas dimenziós integrálokat kell számítani. Lévén, hogy a klasszikus kvadratúra módszereknek a szakadásos integrandus nehézséget jelent és időkomplexitásuk a dimenzióval exponenciálisan nő, Monte-Carlo vagy kvázi-Monte Carlo integrálási módszereket alkalmazunk. Ezekben az eljárásokban a valós fényutak folytonos terét véletlen illetve kvázi-véletlen bolyongással mintavételezzük, és a fényutak hatását a minták hatásával közelítjük. Könnyen elképzelhető, hogy pontos közelítéshez igen nagy számú mintaútra van szükség, így ezek az eljárások is nagyon időigényesek.

Még egyszerűbb objektumterek esetén is, mind a véletlen bolyongáson alapuló, mind a véges elem megközelítésű nem-diffúz globális illuminációs algoritmusok a nagy teljesítményű munkaállomásokon napokig illetve hetekig futhatnak, speciális adatstruktúrák és előfeldolgozás esetén is csak órák nagyságrendig gyorsulhatnak fel. Ezért célom olyan módszerek és algoritmusok kidolgozása volt, amelyek az általános nem-diffúz globális illuminációs feladatot elfogadható válaszidővel oldják meg, nagyon gyorsan adnak kezdeti becslésre alkalmas eredményeket, amelyeket a továbbiakban folyamatosan finomítanak.

## Alkalmazott módszerek

Munkám során a téma bőséges irodalmából indultam ki, újrainplementáltam, elemeztem és összehasonlítottam a javasolt módszereket, megpróbáltam azokat egységes rendszerbe foglalni [1, 18, 32]. Ahol hiányzott, elméleti magyarázatokat kerestem a tapasztalati tényekre, és az elmélet alapján azonosítottam az egyes módszerek előnyeit, hátrányait és alkalmazási területeit. Ilyen kérdések voltak például, hogy miért jobbak a gyakorlatban a heurisztikus láthatósági algoritmusok, mint a precízen kidolgozott komplexitásukban jobbnak látszó elméleti módszerek [12]; miért jobb a kvázi-Monte Carlo integrálás az árnyalási egyenlet nem véges variációjú integráljához is, holott a Koksma-Hlawka egyenlőtlenségből ekkor végtelen hibakorlát adódik [19]; az igen szellemes Metropolis mód-

szer miért csak a nagyon nehéz árnyalási feladatok esetén hatékony [21]; miért vezetnek rossz eredményre bizonyos algoritmusokban, ha a véletlen mintákat egy alacsony-diszkrépanciájú, azaz az egyenletes valószínűségeloszlásnál egyenletesebb determinisztikus, sorozattal helyettesítjük [31], stb.

A tapasztalatok alapján azonosítottam azokat az elemeket, amelyekről sejtettem, hogy egy hatékony globális illuminációs módszer építőkövei lehetnek, majd megalkottam azt az elméletet, amely pontosan bemutatta, hogy az elemek milyen módon használhatók. Az elmélet alapján algoritmusokat készítettem, amelyek többségét magam implementáltam és teszteltem, majd az eredmények felhasználásával új, javított algoritmusokat dolgoztam ki, illetve ha szükséges volt, az elméletet is bővíttem. A javasolt algoritmusoknak a korábbiaknál nagyobb sebessége több tényező együttes következménye, mint a kvázi-Monte Carlo integrálásnak, a véges elemes és véletlen bolyongásos módszer kombinálásának, gyors láthatóságszámításnak, stb. A legfontosabb azonban a koherencia és a Monte-Carlo elv kiaknázása volt. A koherencia — amely a számítógépes grafika lokális illuminációs történelmének központi fogalma volt, és amelyet a globális illuminációs időszakban az egyszerű sugárkövetés méltánytalanul háttérbe szorított — azt használja ki, hogy az objektumtér, kép, sugársűrűség függvény, stb. egyes tartományai homogének, azaz a tulajdonságaik igen hasonlóak. Ezért nem érdemes a tartományok pontjaira ugyanazokat a számításokat egymástól függetlenül megismételni, inkább ezeket a tartományokat együtt célszerű kezelni. A Monte-Carlo elv pedig szemléletesen azt jelenti, hogy bonyolult kifejezések kiértékelésénél az adott esetben időigényes és pontatlan numerikus megközelítések helyett egy olyan egyszerű, véges szórású valószínűségi változót keresünk, amelynek várható értéke éppen a keresett kifejezés. A várható értéket véletlen, független, illetve gyengén korrelált minták átlagával közelítjük, amely a nagy számok törvénye szerint sztochasztikusan konvergál a keresett eredményhez. A közelítés hibáját adott konfidenciával kifejező szórás pedig a minták számának négyzetgyökével fordítottan arányos, függetlenül a megoldandó feladattól, és annak dimenziójától. Még jobb, majdnem lineáris konvergencia érhető el kvázi-Monte Carlo módszerekkel. A kvázi-Monte Carlo módszerek azon a felismerésen alapulnak, hogy a Monte-Carlo eljárások előnyei nem közvetlenül a véletlenszerűségből, hanem a véletlenszerűség biztosította egyenletességből adódnak. Ezért érdemes a véletlen mintasorozatokat gondosan választott, determinisztikus és nagyon egyenletes pontsorozatokkal felcserélni.

Munkámat az elméleti munka, algoritmizálás, implementáció, mérések, mérési eredmények kiértékelése, elméleti munka körforgása jellemezte. Gyakran az elméletben jónak ígérkező ötleteket el kellett vetni, mert a mérések nem támasztották alá a sejtett hatékonyságnövekedést. A mérési eredmények kiértékeléséhez szükség volt referencia eredményekre, a hatékonyság összevetéséhez referencia algoritmusokra és modellekre. A referencia eredményeket két úton állítottam elő. Egyrészt eljárást adtam olyan színterek kialakítására, ahol a megoldás analitikusan meghatározható. Mivel ilyen megoldások mind ez ideig csak diffúz terekre voltak ismeretesek, ez az eljárás az értekezés egy érdekes mellékeredménye [1]. Másrészt a színterek képét más, ismert, újrainplementált Monte-Carlo algoritmusokkal is meghatároztam, és a képet referenciának használtam. A hatékonyságra vonatkozó összehasonlításokat részint a hagyományos és az új módszerek saját implementációinak összevetésével végeztem el, részint olyan referencia tereket kerestem (pl. Cornell-doboz), amelyre az irodalomban számos futtatási eredmény fellelhető.

# Új tudományos eredmények

## 1. tézis: Sztochasztikus iterációs eljárás a nem-diffúz globális illuminációs feladat megoldásához

Egy általános keretet adtam új globális illuminációs algoritmusok kidolgozásához, amelyet sztochasztikus iterációnak neveztem el [4, 31]. A sztochasztikus iteráció az árnyalási egyenlet fényátadás operátorát egy véges dimenziós valószínűség eloszlásból előállított véletlen operátorral cseréli fel, amelynek hatása várható értékben a valódi operátorral egyezik meg. Az iteratív megoldás során az eredeti operátor helyett a véletlen operátort használjuk, de a megoldás függvény funkcionáljait nem a közelítések funkcionáljainak határértékeként, hanem a funkcionálok átlagaként állítjuk elő. Bebizonyítottam, hogy ezen átlag a valódi funkcionálhoz konvergál, amennyiben az operátorok gyengén korreláltak és a kontrakciójukhoz képest nem nagy szórásúak. Ezzel az eljárással kiküszöbölhető a klasszikus iteráció hiba-akkumulációs problémája és a szükséges véges elem közelítés gyakorlati szempontból elfogadhatatlan memóriai igénye.

### 1.1. tézis: Egyetlen sugarat alkalmazó sztochasztikus iterációs algoritmus

Javaslatot tettem egy sztochasztikus iterációs algoritmusra, amelyben a véletlen fényátadás operátor a radianciafüggvény egyetlen pontjában és egyetlen irányban felvett értékét használja, így mindenféle véges elemes megközelítést feleslegessé tesz. Szemben azonban a véletlen bolyongáson alapuló algoritmusokkal, döntéseiben nem kizárólag a lokális tulajdonságokra támaszkodik, hanem a tér már megismert globális tulajdonságaira [4, 1]. A véletlen irány választásához egy hatékony BRDF mintavételi algoritmust fejlesztettem ki [7].

### 1.2. tézis: Kvázi-Monte Carlo módszerek alkalmazása a sztochasztikus iterációban

Mind elméletileg, mind pedig szimulációs módszerek alkalmazásával megvizsgáltam, hogy alkalmazhatóak-e a véletlen bolyongásnál már bevált kvázi-Monte Carlo módszerek a normál Monte-Carlo integrálás helyett. Megállapítottam, hogy elméletileg helyes eredményt csak a végtelen egyenletes sorozatokkal kaphatunk, a gyakran használt Halton és Hammersley-sorozatokkal nem. Szimulációval igazoltam, hogy a beépített pseudo-véletlen generátorok és a  $\{\pi^n\}$  sorozat megfelelőek [4], hatékonyságuk lényegében megegyező.

## 2. tézis: Kvázi-Monte Carlo módszerek alkalmazása az árnyalási egyenlet megoldásában

Elméleti megfontolásokkal és szimuláció felhasználásával igazoltam, hogy a véletlen minták helyett determinisztikus alacsony diszkrepanciájú sorozatokat alkalmazó kvázi-Monte Carlo integrálási eljárások az árnyalási egyenlet megoldására is használhatók [8], sőt hatékonyabbak, amennyiben a szingularitás az integrálási tartományénál kisebb dimenziójú, annak ellenére, hogy az integrandus nem véges Hardy-Krause-variációjú [19,

33]. Ugyanakkor az is beigazolódott, hogy a kvázi-Monte Carlo módszerek csak az alacsonyabb rendű visszaverődések számításánál előnyösebbek.

### **2.1. tézis: Kvázi-Monte Carlo módszerek kiterjesztése fontosság szerinti mintavétel és orosz rulett esetén**

Általánosítottam a Monte-Carlo módszerhez kifejlesztett szóráscsökkentési eljárást, a fontosság szerinti mintavételt, és a végtelen trajektóriák funkcionáljainak torzításmentes becslésére javasolt orosz rulett módszert kvázi-Monte Carlo integrálás esetére [6, 23].

## **3. tézis: Sugárkötegekkel dolgozó nem-diffúz globális illuminációs módszer**

A sugársűrűség függvény felületi pont szerinti változására alkalmazott véges elem módszerrel, egy pozíció-függő bázisfüggvénykészlet alterébe történő vetítéssel, az árnyalási egyenlet olyan új formáját adtam meg, ahol az integrandus véges variációjú [8] és amelynek megoldása során a radianciafüggvény pozicionális koherenciáját hatékonyan kihasználhatjuk [5, 30]. A lehetséges véges elem stratégiák [15] közül a Galerkin-eljárást konstans bázisfüggvényekkel [22] és a pont-kollokációs eljárást lineáris bázisfüggvényekkel [9] vizsgáltam. Ezekben a módszerekben a módosított fényátadás operátor integrandusa nem egyetlen fénysugárt jelképez, mint az eredeti operátornál, hanem egy teljes hullámfrontot, amely párhuzamos sugaraknak — ún. sugárkötegek — felel meg.

### **3.1. tézis: Globális láthatósági algoritmusok**

A sugárkötegek által átadott radiancia számításához minden felületi ponthoz meg kell határozni azt a másik felületi pontot, amely abból a megadott globális irányban látható. Ezen globális láthatósági problémára több algoritmust javasoltam, amelyek folytonos és diszkrét kategóriákba sorolhatók. A folytonos algoritmusok valóban minden pontra megadják a kért választ, a diszkrét algoritmusok viszont csak sűrű mintavételi pontokra teszik ezt meg. A javasolt folytonos algoritmusok, mint a lokális láthatósági térkép és a globális láthatósági térkép [8, 5] idő- és tár-bonyolultságuk miatt elsősorban elméleti jelentőségűek. A diszkrét algoritmusok, mint a globális festő algoritmus [24] és hardvert is kihasználó hardver z-buffer algoritmus [16], azonban az idáig ismert eljárásoknál lényegesen gyorsabb megoldást adnak. A sugárkövetéssel [12, 13] szemben kihasználják a láthatóság pozicionális koherenciáját.

### **3.2. tézis: Véletlen sugárköteg követés**

Az árnyalási egyenlet vetített formájára egy véletlen bolyongásos algoritmust adtam, amely egyetlen lépésben a tér minden felületi pontjának sugársűrűségét egy globális irányba adja tovább. Kiterjesztettem az alapalgoritmust oly módon, hogy a véletlen bolyongás összes lépését kombinálja és a globális irány mentén és azzal szemben is megtegye [5, 22]. Vizsgáltam az adaptív fontosság szerinti mintavételi módszer alkalmazhatóságát mind elméleti, mind pedig gyakorlati szempontból [21]. A globális festő algoritmus alkalmazásával  $\mathcal{O}(n \log n)$  időkomplexitású nem-diffúz globális illuminációs algoritmust kapunk ( $n$  a felületelemek, azaz a pozicionális bázisfüggvények száma), ami jobb, mint

a  $\mathcal{O}(n^2)$  komplexitású, csak diffúz esetet kezelő nem hierarchikus radiozítás módszerek [27]. A tárigény mindkét esetben felületelemenként 1 változó.

### 3.3. tézis: Sztochasztikus iteráció sugárkötegekkel

Az árnyalási egyenlet vetített formájának megoldására sztochasztikus iterációs eljárást fejlesztettem ki [4]. Az iteráció minden egyes lépésében egy véletlen irányt választ, és az összes felület ilyen irányú sugársűrűségével módosítja az ebben az irányba eső felületelemeket. Az eljárás egyetlen változót igényel felületelemenként, ami a bejövő sugársűrűséget tárolja. Megállapítottam, hogy a sztochasztikus iteráció a véletlen sugárköteg követésnél lényegesen gyorsabb és torzítatlan becslést ad.

### 3.4. tézis: Kezdőlövés módszer általánosítása

Általánosítottam a kezdőlövés (*first-shot*) módszert nem diffúz feladatokra, ezáltal alkalmassá tettem a sugárköteg alapú algoritmusokat olyan terek megjelenítésére is, amelyek pontszerű és kisméretű fényforrásokat is tartalmaznak [16, 35]. A kezdőlövés illetve a diffúz kezdő-lövés eljárások lényege az, hogy a kisebb fényforrásokat a hatásukkal, azaz a megvilágított felületet visszavert fényével helyettesítjük, annak érdekében, hogy a kiértékelendő integrál integrandusának variációját csökkentsük.

## Az eredmények hasznosítása

A kidolgozott algoritmusok különösen olyan terekre hatékonyak, amelyek mérsékeltен spekuláris (*glossy*) felületeket tartalmaznak, és ilyen terekre a globális illuminációs feladatot az ismert véges elem és véletlen bolyongási módszereknél lényegesen gyorsabban oldják meg. Lévén, hogy a véletlen bolyongásos módszereknek éppen az ilyen terek a gyengéi, a két módszer jól kiegészíti egymást, és kombinálásuk is ígéretes. A módszer legfontosabb felhasználási területe a világítás- és látványtervezés, építészet, filmkészítés lehet. A sztochasztikus iterációs módszert a Gironai Egyetemen adaptív lehetőségekkel egészítették ki és egy világítástervező programba is beépítették, szélesebb körű ipari felhasználásra még nem került sor. A kutatás egyes részeredményeit, mint a 3D láthatóság inkrementális meghatározását, illetve az egyenletek sztochasztikus iterációs megoldását azonban a globális illuminációs feladaton kívül is alkalmazták, így megjelentek ipari nem fotorealistikus vizualizációs rendszerekben (3D grafikus rendszer fejlesztés [28], UBIS Gmbh információ vizualizációs rendszere [17], Bp-Hegyeshalom vasút folyamatvizualizációs rendszere [11]).

Az eredmények, és különösen a dolgozat összehasonlító és áttekintő részei beépültek a Budapesti Műszaki Egyetem, a Bécsi Műszaki Egyetem és a Gironai Egyetem Ph.D. kurzusaiba, könyvekbe [3, 2] és jegyzetekbe [1].

---

## Publikációk

### Könyvek, jegyzetek

- [1] L. Szirmay-Kalos. *Monte-Carlo Methods in Global Illumination*. Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, Vienna, 1999.
- [2] L. Szirmay-Kalos. *Számítógépes grafika*. ComputerBooks, Budapest, 1999.
- [3] L. Szirmay-Kalos. *Theory of Three Dimensional Computer Graphics*. Akadémia Kiadó, Budapest, 1995. 1-3,5,7-8,10-13 fejezetek és szerkesztés.

### Folyóiratok

- [4] L. Szirmay-Kalos. Stochastic iteration for non-diffuse global illumination. *Computer Graphics Forum (Eurographics'99)*, 18(3):233–244, 1999.
- [5] L. Szirmay-Kalos and W. Purgathofer. Global ray-bundle tracing with infinite number of rays. *Computers and Graphics*, 23(2):193–202, 1999.
- [6] L. Szirmay-Kalos, B. Csébfalvi, and W. Purgathofer. Importance driven quasi-random walk solution of the rendering equation. *Computers and Graphics*, 23(2):203–212, 1999.
- [7] L. Neumann, A. Neumann, and L. Szirmay-Kalos. Compact metallic reflectance models. *Computer Graphics Forum (Eurographics'99)*, 18(3):161–172, 1999. Best paper award (3rd prize)
- [8] L. Szirmay-Kalos, T. Fóris, L. Neumann, and B. Csébfalvi. An analysis to quasi-Monte Carlo integration applied to the transillumination radiosity method. *Computer Graphics Forum (Eurographics'97)*, 16(3):271–281, 1997.
- [9] L. Szirmay-Kalos, T. Fóris, and W. Purgathofer. Non-diffuse, random-walk radiosity algorithm with linear basis functions. *Machine Graphics and Vision*, 7(1):475–484, 1998.
- [10] L. Neumann, A. Neumann, and L. Szirmay-Kalos. Reflectance models with fast importance sampling. *Computer Graphics Forum*, 18(4):249–265, 1999.
- [11] L. Szirmay-Kalos, G. Márton, T. Fóris, and T. Horváth. Development of process visualization systems - an object oriented approach. *Journal of System Architecture*, 46:275–296, 2000.
- [12] L. Szirmay-Kalos and G. Márton. Worst-case versus average-case complexity of ray-shooting. *Computing*, 61(2):103–133, 1998.
- [13] L. Szirmay-Kalos and G. Márton. Construction and analysis of worst-case optimal ray-shooting algorithms. *Computers and Graphics*, 22(2):793–806, 1998.
- [14] L. Neumann, A. Neumann, and L. Szirmay-Kalos. Reflectance models by pumping up the albedo function. *Machine Graphics and Vision*, 8(1):3–18, 1999.

- 
- [15] L. Szirmay-Kalos. Application of variational calculus in the radiosity method. *Periodica Polytechnica (Electrical Engineering)*, 40(2):123–138, 1996.

## Könyvfejezetek

- [16] L. Szirmay-Kalos and W. Purgathofer. Global ray-bundle tracing with hardware acceleration. In *Rendering Techniques '98*, Springer, Vienna, pages 247–258, 1998.
- [17] L. Szirmay-Kalos. Dynamic layout algorithm to display general graphs. In Paul Heckbert, editor, *Graphics Gems IV*. Academic Press, Boston, 1994.

## Konferencia kiadványok

- [18] L. Szirmay-Kalos. Monte-Carlo methods for global illumination. In *Spring Conference of Computer Graphics '99*, pages 1–28, Budmerice, 1999. invited talk.
- [19] L. Szirmay-Kalos and W. Purgathofer. Analysis of the quasi-monte carlo integration of the rendering equation. In *Winter School of Computer Graphics '99*, pages 281–288, Plzen, 1999.
- [21] L. Szirmay-Kalos, P. Dornbach, and W. Purgathofer. On the start-up bias problem of Metropolis sampling. In *Winter School of Computer Graphics '99*, pages 273–280, Plzen, 1999.
- [22] L. Szirmay-Kalos, T. Fóris, and W. Purgathofer. Quasi-Monte Carlo global ray-bundle tracing with infinite number of rays. In *Winter School of Computer Graphics '98*, pages 386–393, Plzen, 1998.
- [23] L. Szirmay-Kalos, B. Csébfalvi, and W. Purgathofer. Importance-driven quasi-Monte Carlo solution of the rendering equation. In *Winter School of Computer Graphics '98*, pages 377–386, Plzen, 1998.
- [24] L. Szirmay-Kalos and T. Fóris. Radiosity algorithms running in sub-quadratic time. In *Winter School of Computer Graphics '97*, pages 562–571, Plzen, 1997.
- [25] L. Szirmay-Kalos and G. Márton. On the limitations of worst-case optimal ray-shooting algorithms. In *Winter School of Computer Graphics '97*, pages 552–561, Plzen, 1997.
- [26] L. Szirmay-Kalos. Stochastic sampling of two-dimensional images. In *COMPUTER GRAPHICS '95*, Alvor, 1995.
- [27] L. Szirmay-Kalos and G. Márton. On convergence and complexity of radiosity algorithms. In *Winter School of Computer Graphics '95*, pages 313–322, Plzen, 1995.
- [28] L. Szirmay-Kalos and G. Márton. On hardware implementation of scan-conversion algorithms. In *8th Symp. on Microcomputer Appl.*, Budapest, Hungary, 1994.

- 
- [29] L. Szirmay-Kalos. Global element method in radiosity calculation. In *COMPUTER GRAPHICS '93*, Alvor, 1993.

### **Kutatási jelentések**

- [30] L. Szirmay-Kalos. Global ray-bundle tracing. Technical Report TR-186-2-98-18, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1998. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).
- [31] L. Szirmay-Kalos. Stochastic iteration for non-diffuse global illumination. Technical Report TR-186-2-98-21, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1998. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).
- [32] L. Szirmay-Kalos. Stochastic methods in global illumination — state of the art report. Technical Report TR-186-2-98-23, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1998. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).
- [33] L. Szirmay-Kalos and W. Purgathofer. Quasi-Monte Carlo solution of the rendering equation. Technical Report TR-186-2-98-24, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1998. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).
- [34] L. Neumann, A. Neumann, and L. Szirmay-Kalos. New simple reflectance models for metals and other specular materials. Technical Report TR-186-2-98-17, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 1998. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).
- [35] L. Szirmay-Kalos, M. Sbert, R. Martinez, and R. F. Tobler. Incoming first-shot for non-diffuse global illumination. Technical Report TR-186-2-00-04, Institute of Computer Graphics, Vienna University of Technology, 2000. [www.cg.tuwien.ac.at/](http://www.cg.tuwien.ac.at/).